

CERTIFIED COPY OF
PRIORITY DOCUMENT



Prioritätsbescheinigung über die Einreichung einer Patentanmeldung

Aktenzeichen: 103 11 779.2

Anmeldetag: 18. März 2003

Anmelder/Inhaber: Astrium GmbH, 81663 München/DE

Bezeichnung: Verfahren zur rechnergestützten Ermittlung einer treibstoffoptimalen Ansteuerung von Düsen

IPC: B 64 G 1/26

Die angehefteten Stücke sind eine richtige und genaue Wiedergabe der ursprünglichen Unterlagen dieser Patentanmeldung.

München, den 12. März 2004
Deutsches Patent- und Markenamt
Der Präsident
Im Auftrag

Stempel

Verfahren zur rechnergestützten Ermittlung einer treibstoffoptimalen Ansteuerung von Düsen

5 Die vorliegende Erfindung betrifft ein Verfahren zur rechnergestützten Ermittlung einer treibstoffoptimalen Ansteuerung von Düsen. Ein solches Verfahren kann insbesondere zur Ansteuerung von Düsen eines Raumfahrzeuges wie beispielsweise eines Satelliten, einer Raumsonde, einer Raumstation oder ähnlichem Anwendung finden.

10 Aus US 6,347,262 ist ein Verfahren zur treibstoffoptimalen Regelung von Lage und Nutation eines rotierenden Raumfahrzeuges bekannt. Hierbei wird über eine Bestimmung von Drehgeschwindigkeiten und Drehwinkeln ein Fehlersignals ermittelt und entsprechend dem Ergebnis für dieses Fehlersignal ein Drehmoment auf das
15 Raumfahrzeug ausgeübt.

EP 0 977 687 B1 beschreibt unterschiedliche Möglichkeiten zur treibstoffoptimalen, rechnergestützten Ansteuerung von Düsen eines Raumfahrzeuges. Es werden dabei überwiegend Verfahren beschrieben, die einen Simplexalgorithmus beinhalten,
20 wobei andererseits bereits dort ausgeführt wird, dass ein solcher Simplexalgorithmus mit einem hohen Aufwand an Rechenzeit verbunden ist. Das im Rahmen der dortigen Erfindung beschriebene Verfahren benutzt ein Verfahren, das an den Simplexalgorithmus angelehnt ist und von der Bildung eines Simplextableaus ausgeht. Letztlich wird dort ein dualer Simplexalgorithmus zur Bildung eines
25 treibstoffoptimalen Ansteuervektors verwendet. Als Alternativmöglichkeit zur Ermittlung einer treibstoffoptimalen Ansteuerung von Düsen wird in EP 0 977 687 B1 lediglich ein „Table Look-up“-Verfahren beschrieben, bei dem treibstoffoptimale Düsenanordnungen berechnet und in einer Tabelle abgelegt werden und aus diesen vorgespeicherten Ergebnissen für den jeweils aktuellen Ansteuerfall ein aktuelles
30 Ansteuerergebnis durch Kombination von gespeicherten Ergebnissen gebildet wird. Nachteilig ist jedoch, dass mit diesem Verfahren im Allgemeinen nicht eine tatsächlich treibstoffoptimale Lösung gefunden wird.

Aufgabe der vorliegenden Erfindung ist es daher, ein Verfahren zur rechnergestützten Ermittlung einer treibstoffoptimalen Ansteuerung von Düsen bereitzustellen, das mit einem möglichst geringen Rechenaufwand auskommt und trotzdem sicher zu einer treibstoffoptimalen Lösung führt.

Diese Aufgabe wird gelöst durch die Merkmale des Anspruchs 1. Weiterhin umfasst die Erfindung ein Computer-Programm nach Anspruch 5 und ein Computer-Programm-Produkt nach Anspruch 6.

Die vorliegende Erfindung umfasst ein Verfahren zur rechnergestützten Ermittlung einer treibstoffoptimalen Ansteuerung von Düsen gemäß einer Ansteuervorschrift $b = Ax$, wobei

b einen gewünschten m -dimensionalen Kräfte-/Drehmomentvektor, A eine $m \times n$ -dimensionale Düsenmatrix und x den gesuchten n -dimensionalen Düsenansteuerungsvektor darstellt, mit Hilfe dessen ein entsprechender Schub durch die zugehörigen, angesteuerten Düsen bewirkt wird. Der Düsenansteuerungsvektor soll dabei dem Minimierungskriterium

$$J := \sum_{i=1}^{i=n} x_i \rightarrow \min$$

genügen. Dieses Minimierungskriterium ist Ausdruck dafür, dass der Treibstoffverbrauch minimal sein soll, was durch eine Minimierung der Düsenansteuerung und damit durch eine Minimierung des durch die jeweiligen Düsen insgesamt erzeugten Schubes erzielt wird.

Gemäß der Erfindung sind nun im Rahmen dieses Verfahrens folgende Verfahrensschritte vorgesehen:

- rechnergestützt erfolgt eine definierte matrizentechnische Transformation von Ausgangsbedingungen für den Massenfluss der Düsen und des Minimierungs-

kriteriums, wobei die Ausgangsbedingungen und das Minimierungskriterium jeweils einer analogen matrizentechnischen Transformation unterzogen werden,

- rechnergestützt erfolgt eine datenverarbeitungstechnische Darstellung einer geometrischen Beschreibung der matrizentechnisch transformierten Ausgangsbedingungen,

- durch ein rechnergestütztes, geometrisches Suchverfahren im Vektorraum erfolgt eine rechnergestützte Ermittlung von Begrenzungs-Punktmengen der geometrischen Beschreibung der Ausgangsbedingungen, und

- das matrizentechnisch transformierte Minimierungskriterium wird auf die Punkte der Begrenzungs-Punktmengen angewendet.

Es kann also ein Simplexverfahren oder ein vergleichbares iteratives Verfahren im Rahmen der Erfindung vermieden werden. Vielmehr wird statt eines iterativen Lösungsweges ein rechnergestützt realisierter geometrischer Lösungsweg gewählt. Durch die definierte matrizentechnische Transformation ist eine geometrische Beschreibung des Problems möglich, die ein geometrisches Auffinden einer treibstoffoptimalen Lösung erlaubt. Ein solches Verfahren kann viel schneller erfolgen als eine Lösung des Problems über übliche Simplexverfahren.

Insbesondere kann im Rahmen der vorliegenden Erfindung vorgesehen sein, dass

- zur matrizentechnischen Transformation der Ausgangsbedingungen für den Massenfluss der Düsen eine homogene Lösung der Ansteuervorschrift gemäß $x_{ho} = A_0 r$ definiert wird, wobei

A_0 : die $n \times (n-m)$ dimensionale Nullraummatrix von A und

r : einen $(n-m)$ dimensionalen Vektor beliebiger reeller Zahlen darstellt,

- im Rahmen der Anwendung der matrizentechnischen Transformation des Minimierungskriteriums eine rechnergestützte Berechnung von Skalarprodukten einer Vektordarstellung von Punkten der Begrenzungs-Punktmenge und des Vektors

$$v_d^T := \left[\sum_{j=1}^n A_{0j1} \quad \sum_{j=1}^n A_{0j2} \quad \dots \quad \sum_{j=1}^n A_{0jp} \right], \quad p := n - m$$

5

erfolgt und

- eine treibstoffoptimale Lösung mit Hilfe desjenigen Vektors r berechnet wird, dessen Skalarprodukt mit dem Vektor v_d minimal ist.

Dies ist ein Beispiel, wie durch die Anwendung einer matrizentechnischen Transformation mit Hilfe der Nullraummatrix A_0 sowohl das Minimierungskriterium wie auch die Ausgangsbedingungen geeignet transformiert werden können. Das Minimierungskriterium kann dabei im wesentlichen auf die einfache Bildung von Skalarprodukten von Vektoren, also auf eine einfache geometrische Rechenvorschrift, reduziert werden.

15

Eine bevorzugte Weiterbildung der vorliegenden Erfindung sieht vor, dass

- die matrizentechnisch transformierten Ausgangsbedingungen für den Massenfluss der Düsen rechnergestützt in zulässige mehrdimensionale Wertebereiche umgerechnet werden,

20

- zur Ermittlung der Begrenzungs-Punktmengen eine Bildung von mindestens einer mehrdimensionalen Schnittmenge der einzelnen zulässigen mehrdimensionalen Wertebereiche erfolgt und

25

- die Begrenzungs-Punktmengen als diejenigen Punktmengen ermittelt werden, die die mindestens eine Schnittmenge begrenzen.

30

Auf diese Weise kann die Anzahl der im Rahmen des erfindungsgemäßen Verfahrens zu betrachtenden Punkte deutlich reduziert werden, da lediglich diejenigen

Punkte betrachtet werden, die die mindestens eine Schnittmenge begrenzen. Diese bedeutet eine weitere Verkürzung der für das Verfahren benötigte Rechenzeit und damit einen weiteren Vorteil gegenüber den bisher bekannten Verfahren.

- 5 Das vorgenannte Verfahren kann vorteilhaft dadurch noch weiter vereinfacht und damit die erforderliche Rechenzeit weiter reduziert werden, dass

- eine wiederholte Projektion der zulässigen mehrdimensionalen Wertebereiche der Dimension p auf eine Dimension $p-1$ erfolgt, bis eine Projektion der zulässigen Wertebereiche auf Begrenzungsintervalle einer Dimension $p=1$ erreicht ist und

- anschließend ein rechnergestütztes Suchverfahren eine rechnergestützte Ermittlung von Begrenzungs-Punktmengen als Schnittmenge von Begrenzungsintervallen durchführt.

15

Durch die hier vorgesehene wiederholte Projektion von einer Dimension p auf eine Dimension $p-1$ gelangt man also schrittweise zu immer niedrigeren Dimensionen ($p-1$, $p-2$, $p-3$ usw.), in denen die fraglichen Wertebereiche dargestellt werden, und damit zu rechentechnisch einfacher handhabbaren Problemen, als sie es in der Ausgangsdimension p wären. Grundsätzlich könnte bei Erreichen einer geeigneten, ausreichend reduzierten Dimension $p > p_r > 1$ bereits die Ermittlung der Begrenzungs-Punktmengen erfolgen. Bevorzugt wird jedoch die wiederholte Projektion so lange durchgeführt, bis eine Beschreibung der Dimension $p=1$ erreicht ist. Hier kann das Problem auf einfachste Weise und mit dem geringsten Aufwand an Rechenzeit gelöst werden.

25

Ein weiterer Gegenstand der vorliegenden Erfindung ist ein Computer-Programm zur rechnergestützten Ermittlung einer treibstoffoptimalen Ansteuerung von Düsen gemäß einer Ansteuervorschrift $b = Ax$, wobei

30

b einen gewünschten m -dimensionalen Kräfte-/Drehmomentvektor,
 A eine $m \times n$ -dimensionale Düsenmatrix und
 x den gesuchten n -dimensionalen Düsenansteuerungsvektor darstellt, und

der Düsenansteuervektor dem Minimierungskriterium

$$J := \sum_{i=1}^{i=n} x_i \rightarrow \min$$

genügen soll.

5

Gemäß der Erfindung ist vorgesehen, dass das Computerprogramm folgendes beinhaltet:

- eine erste Programmroutine zur rechnergestützten Durchführung einer definierten matrizentechnische Transformation von Ausgangsbedingungen für den Massenfluss der Düsen und des Minimierungskriteriums,

15 - eine zweite Programmroutine zur rechnergestützten Durchführung einer datenverarbeitungstechnischen Darstellung einer geometrischen Beschreibung der matrizentechnisch transformierten Ausgangsbedingungen,

- eine dritte Programmroutine zur rechnergestützten Durchführung eines geometrischen Suchverfahrens im Vektorraum zur rechnergestützten Ermittlung von Begrenzungs-Punktmengen der geometrischen Beschreibung der Ausgangsbedingungen,

20

- eine vierte Programmroutine zur rechnergestützten Anwendung des matrizentechnisch transformierten Minimierungskriteriums auf die Punkte der Begrenzungs-Punktmengen.

25 Ein solches Computer-Programm ist zur Durchführung des vorgenannten erfindungsgemäßen Verfahrens geeignet. Es können auch weitere Programmroutinen im Rahmen dieses Computer-Programms vorgesehen werden, die zur Durchführung einer oder mehrerer der vorgenannten Weiterbildungen des erfindungsgemäßen Verfahrens geeignet sind.

30

Ein weiterer Gegenstand der vorliegenden Erfindung ist ein Computer-Programm-Produkt, beinhaltend einen maschinenlesbaren Programmträger, auf dem ein vorste-

hend beschriebenes Computer-Programm in Form von elektronisch auslesbaren Steuersignalen gespeichert ist. Die Steuersignale können in jeder geeigneten Form gespeichert sein, die elektronische Auslesung kann dann entsprechend durch elektrische, magnetische, elektromagnetische, elektrooptische oder sonstige elektronische Verfahren erfolgen. Beispiele für solche Programmträger sind Magnetbänder, Disketten, Festplatten, CD-ROM oder Halbleiterbausteine.

Ein spezielles Ausführungsbeispiel der vorliegenden Erfindung wird nachfolgend anhand der Figuren 1 bis beschrieben.

Es zeigen

Fig. 1: Zulässiger Bereich für die Vektoren r in einem Raum der Dimension $p=2$, wobei eine Bedingungsungleichung $n_i^T (r - \lambda_i n_i) \geq 0$ erfüllt ist.

Fig. 2: Zulässiger Bereich für r im zweidimensionalen Raum unter Beachtung der Ausgangsbedingungen für mehrere Düsen

Fig. 3: Zulässiger Bereich für r im eindimensionalen Raum unter Beachtung der Ausgangsbedingungen für mehrere Düsen

Fig. 4: Schnittmenge zweier $(p-1)$ -dimensionaler Ebenen

Fig. 5: Lineare Koordinatentransformation von Einheitsvektoren

Die Erfindung betrifft das folgende Problem: Es sollen durch Düsen eines Raumfahrzeuges gewünschte Kräfte und/oder Drehmomente auf das Raumfahrzeug ausgeübt werden. Wie müssen die Düsen angesteuert werden, damit die gewünschten Kräfte und/oder Drehmomente mit einer minimalen Menge an Treibstoff für die Düsen erzielt werden können? Zusätzlich muss der Schub der Düsen in einem erlaubten Wertebereich liegen, also zwischen einem minimal

möglichen und einem maximal möglichen Wert. Entsprechend müssen daher auch die Ansteuerwerte sich in einem erlaubten Wertebereich bewegen.

Dieses Problem ist ein sogenanntes lineares Optimierungsproblem. Bislang wurden zur Lösung solcher Probleme meist Simplex-Algorithmen verwendet, wie eingangs beschrieben, die aber die ebenfalls eingangs geschilderten Nachteile aufweisen. Die vorliegende Erfindung stellt eine verbesserte Möglichkeit zur Lösung des linearen Optimierungsproblems dar.

Das lineare Optimierungsproblem für eine treibstoffoptimale Düsenansteuerung beruht auf der Gleichung:

$$b = Ax \quad (2.1)$$

wobei

b einen gewünschten m-dimensionalen Kräfte-/Drehmomentvektor,
A eine mxn-dimensionale Düsenmatrix und
x den gesuchten n-dimensionalen Düsenansteuerungsvektor darstellt.

Es soll für den gesuchten, unbekannten Vektor x ein Minimierungskriterium erfüllt sein, durch das eine treibstoffoptimale Ansteuerung garantiert wird, nämlich

$$J := \sum_{i=1}^{i=n} x_i \rightarrow \min \quad (2.2)$$

Weiterhin müssen sich die Werte für den Vektor x in einem zulässigen Wertebereich bewegen analog dem zulässigen Wertebereich für den Schub der Düsen:

$$0 \leq x_i \leq 1 \text{ for } i = 1, \dots, n. \quad (2.3)$$

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit des Problems dargestellt in (2.1) kann angenommen werden, dass die Anzahl der Düsen n größer ist als die Anzahl m der gewünschten Kräfte und/oder Drehmomente

$$n > m \quad (2.4)$$

und dass die Düsenmatrix A vollen Rang hat,

$$\text{rank}(A)=m \quad (2.5)$$

Ein Verstoß gegen (2.5) würde beispielsweise bedeuten, wenn alle Düsen exakt in die gleiche Richtung weisen würden. Dies wird jedoch stets durch eine sinnvolle
5 Anordnung der Düsen an dem Satelliten vermieden.

Es kann nun das Minimierungskriterium umgeschrieben werden:

Die allgemeine Lösung der Gleichung (2.1) x_g kann wie folgt geschrieben werden

$$x_g = x_{pa} + x_{ho} \quad (2.6)$$

wobei

x_{pa} spezielle Lösung von (2.1)

x_{ho} allgemeine Lösung der homogenen Gleichung von (2.1).

Eine spezielle Lösung x_{pa} kann folgendermaßen aus (2.1) generiert werden:

$$15 \quad b = Ax = AA^T(AA^T)^{-1}Ax = AA^T(AA^T)^{-1}b = A(A^T(AA^T)^{-1}b) = A(x_{pa}) \quad (2.7)$$

Daraus erhält man die folgende spezielle Lösung:

$$x_{pa} = A^T(AA^T)^{-1}b. \quad (2.8)$$

20 Die allgemeine homogene Lösung des Problems bilden alle Vektoren x_{ho} für die gilt:

$$Ax_{ho} = 0, \quad (2.9)$$

Diese homogene Lösung kann folgendermaßen geschrieben werden:

$$x_{ho} = A_0 r \quad (2.10)$$

25 wobei

A_0 : $n \times (n-m)$ Nullraummatrix von A

r : $(n-m)$ dimensionaler Vektor beliebiger reeller Zahlen.

Das Minimierungskriterium aus (2.2) kann nun mit Hilfe der Gleichungen (2.6,2.8,2.10) geschrieben werden als

$$J(r) = \sum_{j=1}^n (x_{pa})_j + v_d^T r \quad (2.11)$$

mit

$$v_d^T := \left[\sum_{j=1}^n A_{0j1} \quad \sum_{j=1}^n A_{0j2} \quad \dots \quad \sum_{j=1}^n A_{0jp} \right] \quad (2.12) \quad p := n - m.$$

(2.13)

Gleichung (2.11) kann nun folgendermaßen interpretiert werden: Für die erlaubten Werte von r soll derjenige Vektor gefunden werden, dessen Skalarprodukt mit dem Vektor v_d minimal wird. Dies folgt aus der Tatsache, dass die spezielle Lösung wie in Gleichung (2.8) definiert einer weiteren Minimierung nicht mehr zugänglich ist. Die vorliegende Erfindung setzt diese Suche nach dem optimalen Vektor r rechnergestützt mit Hilfe einer entsprechenden Programmroutine eines Computer-Programms um.

Geometrische Beschreibung der treibstoffoptimalen Lösung:

Die zulässigen Werte bzw. der zulässige Bereich für r wird aus den Ausgangsbedingungen für den Massenfluss der Düsen nach (2.3) durch eine matrizentechnische Transformation gewonnen. Man erhält dies formal durch Einsetzen von (2.6,2.8,2.10) in 2.3)

$$-x_{pa} \leq A_0 r \leq \underline{1} - x_{pa} \quad (2.14)$$

wobei

1: n -dimensionaler Vektor, bei dem alle Elemente gleich 1 sind

Es kann nun eine geometrische Beschreibung der so transformierten Ausgangsbedingungen erfolgen, die im Rahmen der vorliegenden Erfindung datenverarbeitungs-

technisch realisiert wird. Es kann dabei die Gleichung (2.14) mit den folgenden Definitionen in skalarer Form geschrieben werden.

$$\begin{aligned} l_i &:= -x_{pai} \\ u_i &= 1 - x_{pai} \\ A_0 &= \begin{bmatrix} a_{01}^T \\ a_{02}^T \\ \vdots \\ a_{0n}^T \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.15a-c)$$

Damit erhält man:

$$a_{0i}^T \left(r - \frac{l_i}{a_{0i}^T a_{0i}} a_{0i} \right) \geq 0 \quad \text{for } i=1, \dots, n \quad (2.16)$$

$$-a_{0i}^T \left(r - \frac{u_i}{a_{0i}^T a_{0i}} a_{0i} \right) \geq 0 \quad \text{for } i=1, \dots, n. \quad (2.17)$$

Dividiert man nun (2.16, 2.17) durch $|a_{0i}|$ - aufgrund der Bedingung (2.5) ist dies immer möglich – und mit den folgenden Definitionen

$$n_i := \frac{a_{0i}}{|a_{0i}|} \quad \text{for } i=1, \dots, n \quad (2.18)$$

$$n_i := -\frac{a_{0i}}{|a_{0i}|} \quad \text{for } i=n+1, \dots, 2n \quad (2.19)$$

$$\lambda_i := \frac{l_i}{|a_{0i}|} \quad \text{for } i=1, \dots, n \quad (2.20)$$

$$\lambda_i := \frac{u_i}{|a_{0i}|} \quad \text{for } i=n+1, \dots, 2n \quad (2.21)$$

können die Gleichungen (2.16, 2.17) wie folgt geschrieben werden:

$$n_i^T (r - \lambda_i n_i) \geq 0 \quad \text{for } i=1, \dots, 2n. \quad (2.22)$$

Damit kann nun für einen bestimmten Wert von i die Gleichung (2.22) als eine ein- oder mehrdimensionale Ebene interpretiert und damit entsprechend datenverarbeitungstechnisch dargestellt werden (siehe Fig. 1), wobei diese Ebene um den Vektor

λn_i bezüglich des Ursprungs verschoben ist und senkrecht zum Normalenvektor n_i orientiert ist. Im Fall der Fig. 1 ist diese ein- oder mehrdimensionale Ebene aus Gründen der Einfachheit als Gerade dargestellt, also als eine Ebene der Dimension 1. Diese eindimensionale Ebene begrenzt den Bereich der zulässigen Werte bzw. der zulässigen Vektoren für r . Wenn das Vorzeichen von λ_i negativ ist, ist auch der Nullvektor in der erlaubten Region für r enthalten, ist jedoch das Vorzeichen von λ_i positiv, dann ist der Nullvektor aus der erlaubten Region ausgeschlossen. Der Normalenvektor n_i zeigt in Richtung der erlaubten Region. Die geometrische Beschreibung der Gleichung (2.22) ist für $p=2$ in Fig. 1 für $\lambda_i > 0$ dargestellt. Es wird darauf hingewiesen, dass zu jeder Bedingung i in (2.22) eine Gegenbedingung $i+n$ mit $n_{i+n} = -n_i$ existiert (entsprechend den Ausgangsbedingungen für den minimalen und maximalen Massenfluss einer individuellen Düse), woraus n Paare von Bedingungen entstehen die zulässige „Gebietsstreifen“ definieren, wie in Fig. 2 dargestellt.

Die gemeinsame Schnittmenge aller zulässigen Bereiche bestimmt denjenigen Bereich im p -dimensionalen Raum, in dem r alle $2n$ transformierten Ausgangsbedingungen bzw. alle Bedingungen aus (2.22) erfüllt. In Fig. 2 ist dies für $n=3$ Düsen, also für 6 Bedingungen, dargestellt. Wenn die Schnittmenge aus allen zulässigen Bereichen gebildet wird, ergibt sich ein konvexer Bereich als Schnittmenge, d.h. dass für jeweils zwei Punkte, die innerhalb der Schnittmenge liegen, auch alle Punkte auf einer geraden Linie zwischen diesen beiden Punkten innerhalb der Schnittmenge liegen.

Aber nicht nur der Bereich der zulässigen Werte für r kann geometrisch beschrieben werden, sondern auch der optimale Wert für r , r_{opt} , welcher J in Gleichung (2.11) minimiert: J wird, wie gesagt, minimal für denjenigen Vektor r der das kleinste Skalarprodukt mit oder die kleinste Projektion auf den Vektor v_d aufweist. In Fig. 2 ist dies für den Vektor r gegeben, der zu dem mit einem Kreis markierten Eckpunkt, welcher auf der Geraden g_1 liegt, zu der der Normalenvektor n_1 gehört. Der optimale Punkt ergibt sich also als einer der Eckpunkte der Begrenzungslinien der Schnittmenge. Die Begrenzungslinien bilden also Begrenzungs-Punktmengen.

Die geometrische Beschreibung dieses zweidimensionalen Beispiels kann in analoger Weise unmittelbar auf höhere Dimensionen p angewendet werden.

Wenn das Problem ein dreidimensionales Problem ist, dann können die n transformierten Ausgangsbedingungen als n Gebietsbereiche zwischen n Ebenenpaare beschrieben werden, wobei jedes Ebenenpaar aus zwei zueinander parallelen Ebenen besteht und der dazwischenliegende Gebietsbereich den Bereich für r darstellt, der die zugehörigen transformierten Ausgangsbedingungen erfüllt. Der insgesamt zulässige Bereich für r , der alle transformierten Ausgangsbedingungen erfüllt, ergibt sich als Schnittmenge aller n Gebietsbereiche und entspricht damit einem dreidimensionalen Polygon. Der optimale Punkt ergibt sich auch hier als einer der Eckpunkte der Begrenzung des Polygons, welches nun durch Begrenzungsflächen als Begrenzungs-Punktmengen begrenzt wird. Der optimale Punkt ist wiederum derjenige Eckpunkt, dessen Vektor r mit dem Vektor v_d das kleinste Skalarprodukt aufweist.

Wenn es sich um ein eindimensionales Problem handelt, dann können die Bereiche, die durch die n transformierten Ausgangsbedingungen begrenzt werden, als eindimensionale Intervalle beschrieben werden. Die n transformierten Ausgangsbedingungen werden dann durch Begrenzungspunkte beschrieben. Dies ist beispielhaft in Fig. 3 dargestellt. Die in Fig. 3 dargestellten Klammern gleicher Größe bilden jeweils ein Paar von transformierten Ausgangsbedingungen. Die unteren Grenzen der Ausgangsbedingungen sind mit $\lambda_1, \dots, \lambda_3$ bezeichnet, die oberen Grenzen der Ausgangsbedingungen mit $\lambda_4, \dots, \lambda_6$ (Gleichungen 2.20, 2.21). Im Beispiel der Fig. 3 existiert ein Schnittmengen-Intervall als zulässiger Bereich für r , das gleichzeitig alle transformierten Ausgangsbedingungen erfüllt. Der optimale Wert für r ergibt sich wiederum aus einem Punkt aus der Begrenzungs-Punktmenge, hier als der rechte Begrenzungspunkt des Schnittmengen-Intervalls. Der zu diesem Punkt gehörende Vektor r hat wiederum das kleinste Skalarprodukt mit dem ebenfalls in Fig. 3 dargestellten, negativen Vektor v_d .

Die gleichen Interpretationen und Beschreibungen sind auf Dimensionen $p > 3$ anwendbar.

Rechnergestützte Ermittlung einer treibstoffoptimalen Lösung:

5 Es soll nun ein spezielles Beispiel zur Ermittlung einer treibstoffoptimalen Lösung dargestellt werden. Es wird dabei ein Verfahren wie im Rahmen der Erfindung beschrieben durchgeführt, d. h. es erfolgt insbesondere rechnergestützt eine Ermittlung von $(p-1)$ -dimensionalen Begrenzungs-Punktmengen als geometrische Beschreibung der transformierten Ausgangsbedingungen in Form von Ebenen. Dieses spezielle Beispiel beschreibt nun eine bevorzugte Weiterbildung der Erfindung und beinhaltet insbesondere die folgenden Verfahrensschritte:

1. Rechnergestützte Bestimmung einer ersten der ermittelten Ebenen als Begrenzungs-Punktmenge, die wahrscheinlich die treibstoffoptimale Lösung
15 beinhaltet. Weitere Detail zum Auffinden dieser Ebene siehe weiter unten.

2. Rechnergestützte Anwendung einer linearen Koordinatentransformation auf alle Vektoren r so dass der Normalenvektor der ersten Ebene anschließend parallel zu dem p -ten Einheitsvektor derjenigen Einheitsvektoren ist, die den Vektorraum der Vektoren r aufspannen, und so dass der Normalenvektor in
20 die gleiche Richtung weist wie dieser Einheitsvektor.

3. Rechnergestützte Berechnung von Schnittmengen in Form von Schnittebenen der übrigen ermittelten Ebenen mit der ersten Ebene. Die p -te Komponente jeder Schnittebene hat dabei denselben konstanten Wert wie die p -te Komponente der ersten Ebene nach der linearen Koordinatentransformation. Damit kann die eindeutige geometrische Beschreibung der Schnittebenen vereinfacht werden auf eine Dimension $p_{new} = p-1$. Damit sind zur Beschreibung eines Vectors v_d nur noch die ersten $p-1$ Komponenten
25 erforderlich.
30

4. Rechnergestützte Prüfung: ist p_{new} verschieden von 1? Dann werden die Schritte 1-3 erneut durchgeführt.

Rechnergestützte Prüfung: ist $p_{new}=1$ dann erfolgt eine rechnergestützte Prüfung, ob ein Intervall als Schnittmenge vorliegt, das einen zulässigen Bereich für r darstellt. Wenn kein solches Intervall vorliegt, wird das Verfahren beendet, gemäß Schritt 1 eine zweite Ebene ausgewählt und das Verfahren erneut durchgeführt. Liegt ein solches Intervall vor, so erfolgt eine rechnergestützte Multiplikation der Begrenzungspunkte des Intervalls mit dem mittlerweile zu einem Vektor der Dimension 1, also zu einem Skalar reduzierten Vektor v_d . Es wird der kleinere Wert der Ergebnisse der Multiplikation abgespeichert, und falls zuvor bereits das Verfahren für eine oder mehrere andere Ebenen durchgeführt wurde, mit zuvor gespeicherten Werten verglichen. Wenn der zuletzt gespeicherte Wert kleiner ist als ein zuvor gespeicherter Wert, dann wird das Verfahren erneut gemäß Schritt 1 mit einer neuen Ebene begonnen und entsprechend durchgeführt. Wenn der zuletzt gespeicherte Wert nicht kleiner ist, dann repräsentiert der zuvor gespeicherte Wert die optimale Lösung.

Es sollen nun die einzelnen rechnergestützten Schritte detaillierter betrachtet werden.

Bestimmung der ersten der ermittelten Ebenen nach Schritt 1:

Grundsätzlich kann die Ebene, die die treibstoffoptimale Lösung beinhaltet, nicht a priori eindeutig ermittelt werden. Am Beispiel des Falles $p=2$ kann jedoch verdeutlicht werden, dass bestimmte grundsätzliche Aussagen über die gesuchte $(p-1)$ -dimensionale Ebene bzw. Gerade (im Fall $p=2$ wird besitzt also die gesuchte Ebene die Dimension 1) möglich sind. Aus geometrischen Überlegungen wird klar, dass die treibstoffoptimale Lösung immer auf einem der Geradenabschnitte liegt, welche die Schnittmenge aller zulässigen Bereiche begrenzen, und zwar auf derjenigen Geraden, deren Normalenvektor (der in Richtung des zulässigen Bereiches weist) das größte Skalarprodukt mit dem Vektor v_d besitzt und dessen Richtung damit am besten der Richtung des Vektor v_d entspricht. In Fig. 2 entspricht der Normalenvektor

n_1 am besten dem Vektor v_d so dass der Vektor v_d mit diesem Normalenvektor das größte Skalarprodukt aufweist. Dieses Skalarprodukt kann rechnergestützt berechnet werden und der entsprechende Normalenvektor und damit die zugehörige (p-1)-dimensionale Ebene rechnergestützt bestimmt werden. Bei diesem Verfahren wird in

5 Bezug auf Fig. 2 also davon ausgegangen, dass die treibstoffoptimale Lösung auf dem Geradenabschnitt liegt, der die Schnittmenge begrenzt und zu der Gerade durch den Normalenvektor n_1 charakterisiert wird. Analog wird in allen Anwendungsfällen dieses Verfahrens vorgegangen.

10 Es werden also insbesondere die folgenden Verfahrensschritte durchgeführt:

- Bestimmung desjenigen Normalenvektors, dessen Skalarprodukt mit dem Vektor v_d maximal ist.

Ermittlung, ob die zugehörige Gerade (oder allgemein: (p-1)-dimensionale Ebene) eine Begrenzungs-Punktmenge der Schnittmenge darstellt (s. unten).

15 Falls nein, so wird diese Gerade verworfen und diejenige Gerade herangezogen, deren Normalenvektor das zweitgrößte Skalarprodukt mit dem Vektor v_d aufweist. Dann wird mit dieser Gerade erneut geprüft, ob sie eine Begrenzungs-Punktmenge darstellt.

20 Koordinatentransformation der ersten Ebene:

Um die rechnergestützte Ermittlung der Schnittebenen zu vereinfachen, welche sich als Schnittmenge der einzelnen (p-1)-dimensionalen Ebenen ergibt, wird ein neues Koordinatensystem eingeführt. Dies ist in Fig. 4 dargestellt. Das Koordinatensystem wird durch eine lineare Koordinatentransformation so gedreht, dass ein Einheitsvektor (es wird hier derjenige Einheitsvektor mit dem höchsten Index, also mit Index p gewählt) mit dem Normalenvektor derjenigen Ebene zusammenfällt, die im vorstehend beschriebenen Schritt als erste Ebene ausgewählt wurde. Als Vorteil ergibt sich durch diese Koordinatentransformation, dass die p-te Koordinate aller Schnittebenen nun den gleichen konstanten Wert aufweisen. In Fig. 4 sind zwei

25 Ebenen p_1 und p_2 dargestellt, die im Fall der Fig. 4 eine Schnittebene g_{12} der Dimension 1, also eine Gerade als Schnittmenge aufweisen. Es sei nun p_1 die nach dem vorstehend beschriebenen Verfahren ausgewählte erste Ebene. Dann wird

30

durch eine Koordinatentransformation der Einheitsvektor e_3 um 180° um den Vector $e_3 + n_1$ gedreht, um einen transformierten Einheitsvektor e_3' zu erhalten, der nun mit dem Vektor n_1 zusammenfällt (siehe Fig. 5). Die dritte Koordinate von g_{12} wird dann eine Konstante. Diese Koordinatentransformation kann ausgedrückt werden als:

$$e_3' = n_1 = [2dd^T - E]e_3 \quad (2.23)$$

mit

$$d := \frac{e_3 + n_1}{|e_3 + n_1|}. \quad (2.24)$$

Die Transformationsgleichung (2.23) kann von drei Dimensionen auf ein p -dimensionales Problem verallgemeinert werden mit:

$$e_p' = n_i = [2dd^T - E]e_p \quad (2.25)$$

mit

$$d := \frac{e_p + n_i}{|e_p + n_i|}. \quad (2.26)$$

wobei i der Index der gewählten Ebene ist.

Bestimmung der Schnittebenen / Schnittmengen:

Es können Gleichungen zur Beschreibung der Schnittmengen in Form von Ebenengleichungen ermittelt werden. Die Ebenengleichung für jede Ebene i im p -dimensionalen Raum kann geschrieben werden als:

$$\begin{bmatrix} n_{i1} & n_{i2} & n_{i3} & \dots & n_{ip-1} & n_{ip} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ \vdots \\ r_{p-1} \\ r_p \end{bmatrix} - \lambda_i = 0 \quad (2.27)$$

Die Schnittmenge dieser Ebene mit einer gewählten Ebene j wird beschrieben durch die Gleichung:

$$r_p = \lambda_j \quad (2.28)$$

Damit erhält man als Beschreibung der Schnittmenge in Form einer Schnittebene:

$$\begin{bmatrix} n_{i1} & n_{i2} & n_{i3} & \dots & n_{ip-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ \vdots \\ r_{p-1} \end{bmatrix} + n_{ip} \lambda_j - \lambda_i = 0. \quad (2.29)$$

Gleichung (2.29) kann in Form der Gleichung (2.27) umgeschrieben werden zu

$$\bar{n}_i^T \bar{r} - \bar{\lambda}_i = 0. \quad (2.30)$$

5 mit

$$\bar{n}_i := \begin{bmatrix} n_{i1} \\ n_{i2} \\ n_{i3} \\ \vdots \\ n_{ip-1} \end{bmatrix} * \frac{1}{\sqrt{1 - n_{ip}^2}} \quad (2.31)$$

$$\bar{r} := \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ \vdots \\ r_{p-1} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$$\bar{\lambda}_i := \frac{\lambda_i - n_{ip} \lambda_j}{\sqrt{1 - n_{ip}^2}} \quad (2.33)$$

Rechnergestütztes Suchverfahren:

10 Das rechnergestützte Suchverfahren kann nun grundsätzlich folgende Schritte
beinhalten:

1. Rechnergestützte Ermittlung der erfolversprechendsten ersten Ebene als
Startebene, welcher die treibstoffoptimale Lösung am wahrscheinlichsten
15 beinhaltet und Speicherung des Vektors, der vom Koordinatenursprung zu
dieser Ebene weist.
2. Rechnergestützte Durchführung einer Koordinatentransformation wie oben
beschrieben und rechnergestützte Ermittlung von Schnittebenen, wie
20 ebenfalls oben beschrieben.
3. Mit den ermittelten Schnittebenen werden dann die vorstehend beschriebenen
Verfahrensschritte durchgeführt, bis die Dimension auf $p=1$ reduziert ist.

4. Es wird dann ermittelt, ob ein zulässiges Intervall vorliegt (siehe oben). Ist dies gegeben, wird entsprechend der obigen Beschreibung ein Punkt als Beschreibung einer treibstoffoptimalen Lösung ermittelt und durch eine entsprechende Rücktransformation der Koordinaten die treibstoffoptimale Lösung rechnergestützt berechnet.
5. Wiederholung der Schritte 1 bis 4, bis keine weitere Verbesserung mehr erzielt wird. Die dann vorliegende Lösung stellt die globale treibstoffoptimale Lösung dar.

Fig. 6 zeigt im Rahmen eines Berechnungsbeispiels einen Vergleich zwischen der Rechenzeit eines üblichen Verfahrens M1 nach einem Simplex-Algorithmus mit dem erfindungsgemäßen Verfahren M2, jeweils für Anordnungen mit 4, 5, 6, 7 oder 8 Düsen. Wie bereits aus Fig. 6 a) deutlich wird, liegt in diesem Beispiel die Rechenzeit für das erfindungsgemäße Verfahren M2 für die Fälle mit 4, 5 und 6 Düsen deutlich unter der Rechenzeit des Simplex-Verfahrens M1. Die Fig. 6 b) veranschaulicht das Verhältnis Rechenzeit M1 / Rechenzeit M2. Für 4 Düsen ist die Rechenzeit von M2 um einen Faktor 100, für 5 Düsen um einen Faktor 16 und für 6 Düsen um einen Faktor 3 langsamer als das erfindungsgemäße Verfahren. Erst für höhere Düsenzahlen wird in diesem Beispiel das erfindungsgemäße Verfahren M2 langsamer als das Simplex-Verfahren.

Soll die optimale Lösung im eindimensionalen Raum ermittelt werden (d.h. ist die Differenz zwischen der Zahl der Düsen und der Zahl der Bedingungen gleich 1) so kann die oben ausgeführte Darstellung des Verfahrens in eine kompaktere Form gebracht werden. Dann ergibt sich Gleichung (2.14) als n Gleichungen für die Obergrenze und Untergrenze, also den zulässigen Bereich der transformierten Ausgangsbedingungen

$$-x_{pa} \leq a_0 r \leq 1 - x_{pa} \quad (2.23)$$

mit dem n -dimensionalen Nullraumvektor a_0 und dem unbekannten Skalar r .

Wenn eine Komponente a_{0i} gleich Null ist, dann muss für die spezielle Lösung $0 \leq x_{pa} \leq 1$ gelten, ansonsten kann die o.g. Bedingung nicht erfüllt werden. Dieser

Fall ist jedoch hier ausgeschlossen, da dieser Fall in der Praxis eine schlecht gewählte Düsenanordnung bedeuten würde.

Die Gleichungen (2.23) werden durch die Komponenten a_{oi} (unter Beachtung des Vorzeichens von a_{oi}) dividiert, und es ergibt sich

$$r_{\min} \leq r \leq r_{\max} \quad (2.24)$$

mit

$$r_{\min i} := \begin{cases} -\frac{x_{pai}}{a_{oi}} & \text{for } a_{oi} > 0 \\ \frac{1-x_{pai}}{a_{oi}} & \text{for } a_{oi} < 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

$$r_{\max i} := \begin{cases} \frac{1-x_{pai}}{a_{oi}} & \text{for } a_{oi} > 0 \\ -\frac{x_{pai}}{a_{oi}} & \text{for } a_{oi} < 0 \end{cases} \quad (2.26)$$

Die Bedingungen in (2.24) können nur dann gleichzeitig erfüllt werden, wenn

$$\max(r_{\min}) \leq \min(r_{\max}) \quad (2.27)$$

Die optimale Lösung für r , r_{opt} , hängt von dem Vorzeichen des Skalars v_d in dem Minimierungskriterium (2.11) ab: Für v_d größer Null, dann ist das Minimierungskriterium so klein als möglich, wenn r am linken Rand des Intervalls (2.27) gewählt wird,

$$r_{opt} = \max(r_{\min}) \text{ für } v_d > 0 \quad (2.28)$$

und andererseits gilt für v_d kleiner Null, dass das Minimierungskriterium so klein als möglich, wenn r am rechten Rand des Intervalls (2.27) gewählt wird,

$$r_{opt} = \min(r_{\max}) \text{ für } v_d < 0 \quad (2.29)$$

Für $v_d=0$ kann jeder beliebige Wert für r aus dem Intervall (2.27) gewählt werden, um das Minimierungskriterium zu erfüllen.

Die Werte für a_0 und v_d hängen nur von der Position und der Schubrichtung der Düsen ab, aber nicht von den aktuellen Schubanforderungen. Daher muss die Fallunterscheidung gemäß (2.25, 2.26, 2.28, 2.29) nur ein einziges Mal vor der

rechnergestützten Durchführung des Verfahrens zur Ermittlung der optimalen Lösung erfolgen.

Patentansprüche:

1. Verfahren zur rechnergestützten Ermittlung einer treibstoffoptimalen Ansteuerung von Düsen gemäß einer Ansteuervorschrift $b = Ax$, wobei
- 5 b einen gewünschten m -dimensionalen Kräfte-/Drehmomentvektor,
 A eine $m \times n$ -dimensionale Düsenmatrix und
 x den gesuchten n -dimensionalen Düsenansteuerungsvektor darstellt, und
 der Düsenansteuervektor dem Minimierungskriterium

$$J := \sum_{i=1}^{i=n} x_i \rightarrow \min$$

genügen soll,

dadurch gekennzeichnet, dass

- rechnergestützt eine definierte matrizentechnische Transformation von Ausgangsbedingungen für den Massenfluss der Düsen und des Minimierungskriteriums erfolgt,
- 15 - rechnergestützt eine datenverarbeitungstechnische Darstellung einer geometrischen Beschreibung der matrizentechnisch transformierten Ausgangsbedingungen erfolgt,
- durch ein rechnergestütztes, geometrisches Suchverfahren im Vektorraum eine rechnergestützte Ermittlung von Begrenzungs-Punktmengen der geometrischen Beschreibung der Ausgangsbedingungen erfolgt, und
- 20 - das matrizentechnisch transformierte Minimierungskriterium auf die Punkte der Begrenzungs-Punktmengen angewendet wird.

2. Verfahren nach Anspruch 1,

25 dadurch gekennzeichnet, dass

- zur matrizentechnischen Transformation der Ausgangsbedingungen für den Massenfluss der Düsen eine homogene Lösung der Ansteuervorschrift gemäß $x_{ho} = A_0 r$ definiert wird, wobei

A_0 : die $n \times (n-m)$ dimensionale Nullraummatrix von A und

30 r : einen $(n-m)$ dimensionalen Vektor beliebiger reeller Zahlen darstellt,

- im Rahmen der Anwendung der matrizentechnischen Transformation des Minimierungskriteriums eine rechnergestützte Berechnung von Skalarpro-

dukten einer Vektordarstellung von Punkten der Begrenzungs-Punktmenge und des Vektors

$$v_d^T := \left[\sum_{j=1}^n A_{0j1} \quad \sum_{j=1}^n A_{0j2} \quad \dots \quad \sum_{j=1}^n A_{0jp} \right], \quad p := n - m$$

erfolgt und

- 5 - eine treibstoffoptimale Lösung mit Hilfe desjenigen Vektors r berechnet wird, dessen Skalarprodukt mit dem Vektor v_d minimal ist.

3. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 oder 2, dadurch gekennzeichnet, dass

- die matrizentechnisch transformierten Ausgangsbedingungen für den Massenfluss der Düsen rechnergestützt in zulässige mehrdimensionale Wertebereiche umgerechnet werden,
- zur Ermittlung der Begrenzungs-Punktmenge eine Bildung von mindestens einer mehrdimensionalen Schnittmenge der einzelnen zulässigen mehrdimensionalen Wertebereiche erfolgt und
- 15 - die Begrenzungs-Punktmenge als diejenigen Punktmenge ermittelt werden, die die mindestens eine Schnittmenge begrenzen.

4. Verfahren nach Anspruch 3, dadurch gekennzeichnet, dass

- eine wiederholte Projektion der zulässigen mehrdimensionalen Wertebereiche der Dimension p auf eine Dimension $p-1$ erfolgt, bis eine Projektion der zulässigen Wertebereiche auf Begrenzungsintervalle einer Dimension $p=1$ erreicht ist und
- 25 - anschließend ein rechnergestütztes Suchverfahren eine rechnergestützte Ermittlung von Begrenzungs-Punktmenge als Schnittmenge von Begrenzungsintervallen durchführt.

5. Computer-Programm zur rechnergestützten Ermittlung einer treibstoffoptimalen Ansteuerung von Düsen gemäß einer Ansteuervorschrift $b = Ax$, wobei
- 30 b einen gewünschten m -dimensionalen Kräfte-/Drehmomentvektor,

A eine $m \times n$ -dimensionale Düsenmatrix und
x den gesuchten n -dimensionalen Düsenansteuerungsvektor darstellt, und
der Düsenansteuervektor dem Minimierungskriterium

$$J := \sum_{i=1}^{i=n} x_i \rightarrow \min$$

5

genügen soll,

dadurch gekennzeichnet, dass das Computerprogramm beinhaltet

- eine erste Programmroutine zur rechnergestützten Durchführung einer definierten matrizentechnische Transformation von Ausgangsbedingungen für den Massenfluss der Düsen und des Minimierungskriteriums,
- eine zweite Programmroutine zur rechnergestützten Durchführung einer datenverarbeitungstechnischen Darstellung einer geometrischen Beschreibung der matrizentechnisch transformierten Ausgangsbedingungen,
- eine dritte Programmroutine zur rechnergestützten Durchführung eines geometrischen Suchverfahrens im Vektorraum zur rechnergestützten Ermittlung von Begrenzungs-Punktmengen der geometrischen Beschreibung der Ausgangsbedingungen,
- eine vierte Programmroutine zur rechnergestützten Anwendung des matrizentechnisch transformierten Minimierungskriteriums auf die Punkte der Begrenzungs-Punktmengen.

15

20

6. Computer-Programm-Produkt beinhaltend einen maschinenlesbaren Programmträger, auf dem ein Computer-Programm nach Anspruch 5 in Form von elektronisch auslesbaren Steuersignalen gespeichert ist.

Zusammenfassung

Verfahren zur rechnergestützten Ermittlung einer treibstoffoptimalen Ansteuerung von Düsen

5

Beschrieben wird ein Verfahren zur rechnergestützten Ermittlung einer treibstoffoptimalen Ansteuerung von Düsen gemäß einer Ansteuervorschrift $b = Ax$. Dabei erfolgt rechnergestützt eine definierte matrizentechnische Transformation von Ausgangsbedingungen für den Massenfluss der Düsen und des Minimierungskriteriums, eine datenverarbeitungstechnische Darstellung einer geometrischen Beschreibung der matrizentechnisch transformierten Ausgangsbedingungen, eine rechnergestützte Ermittlung von Begrenzungs-Punktmengen der geometrischen Beschreibung der Ausgangsbedingungen durch ein rechnergestütztes, geometrisches Suchverfahren im Vektorraum und die Anwendung des matrizentechnisch transformierten Minimierungskriteriums auf die Punkte der Begrenzungs-Punktmengen.

15

(Fig. 2)

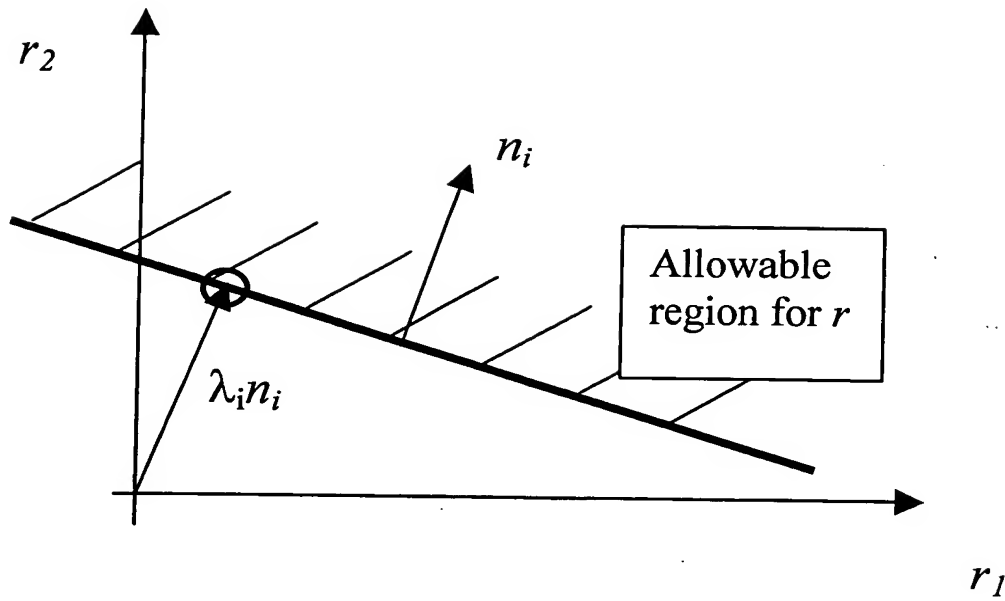


Fig. 1

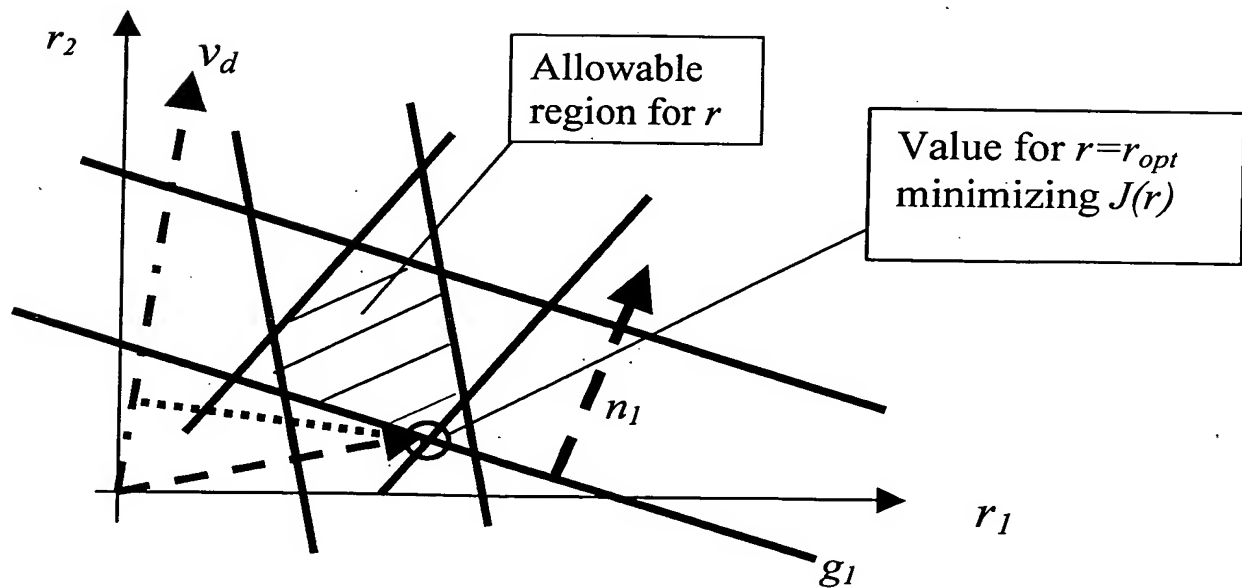


Fig. 2

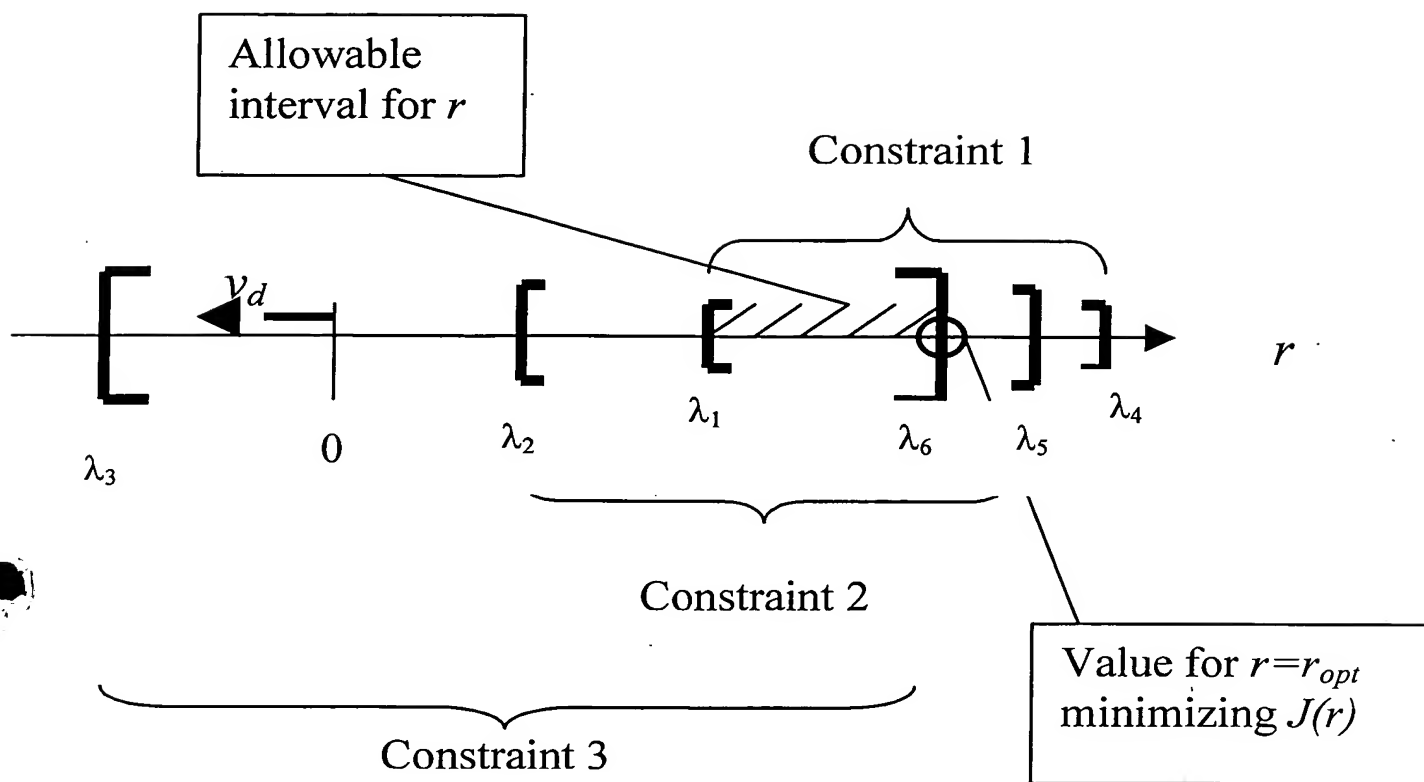


Fig. 3

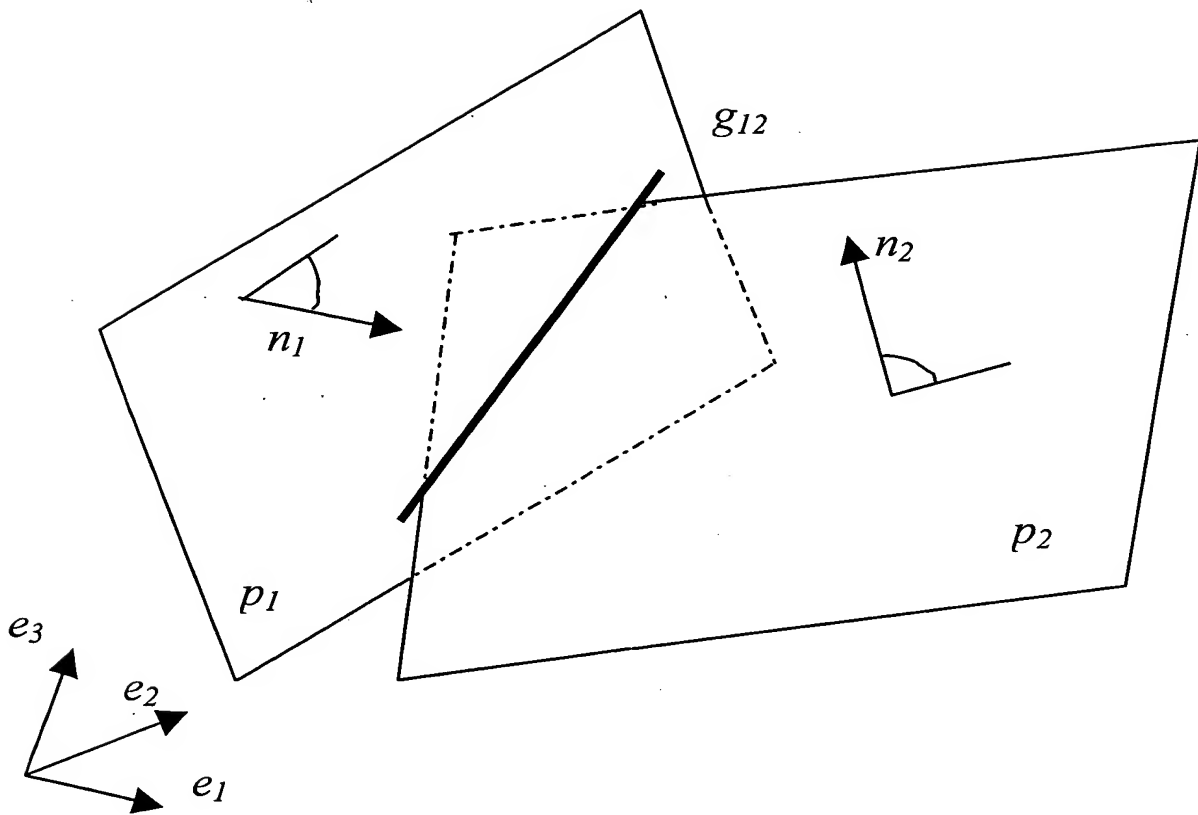


Fig. 4

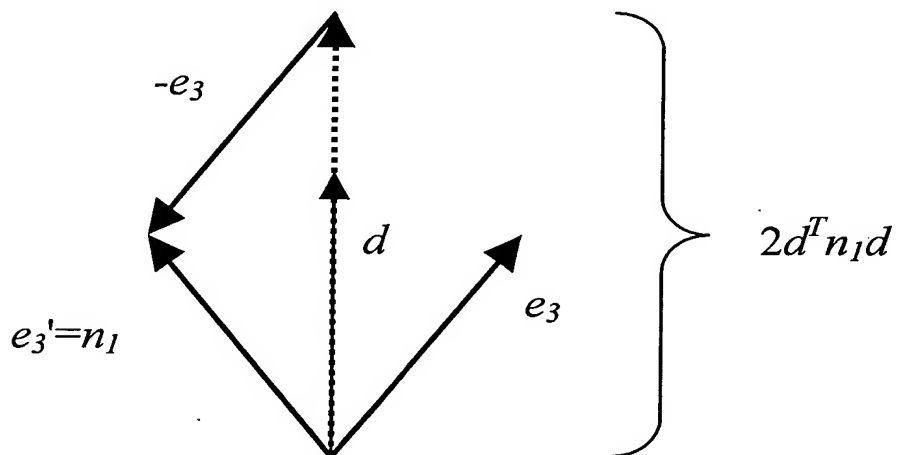


Fig. 5

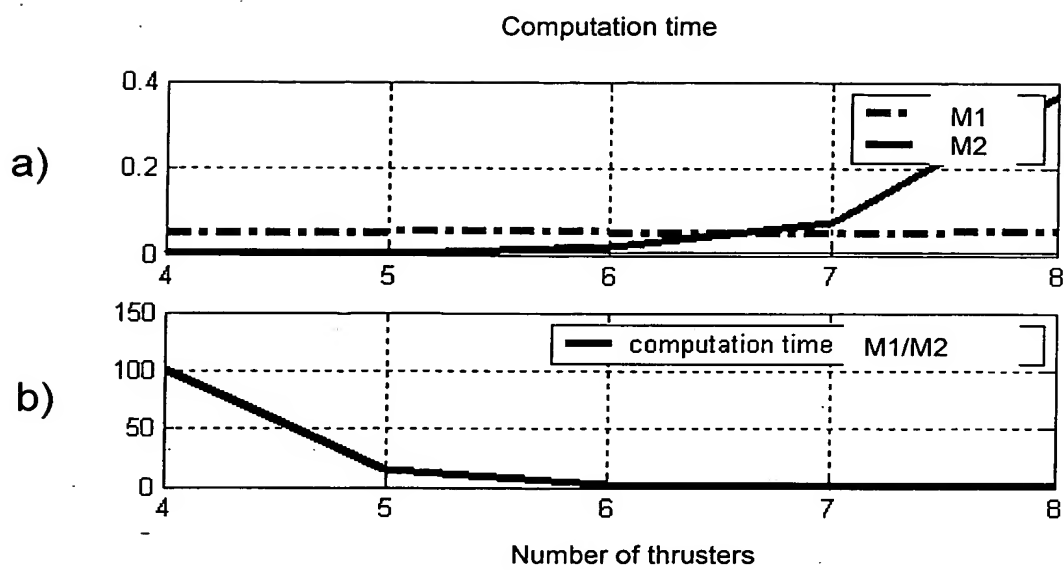


Fig. 6